

# 基于 PAM 分解的高阶部分响应 CPM 信号盲定时同步算法

钟 凯, 彭 华, 葛临东

(解放军信息工程大学信息系统工程学院, 河南郑州 450002)

**摘 要:** 针对高阶部分响应连续相位调制 (CPM) 信号盲定时同步中存在定时精度较低以及容易出现假锁等问题, 该文从脉冲幅度调制 (PAM) 分解的角度出发, 设计了一种新的适用于高阶部分响应 CPM 信号的定时同步器结构, 并在此基础上结合基于马尔科夫链模型的定时假锁检测方法, 提出了一种适用于高阶部分响应 CPM 信号的盲定时同步算法. 该算法通过对 CPM 信号的 PAM 脉冲进行优化处理, 有效减少了匹配滤波器以及网格状态的数目, 同时使用辅助定时误差检测器和假锁检测器来实时监测假锁现象. 理论分析和仿真结果表明, 对于四阶部分响应 CPM 信号, 在低信噪比并存在较大初始定时误差条件下, 该算法也能够实现精确快速的定时同步.

**关键词:** 连续相位调制; 盲定时同步; PAM 分解; 马尔科夫链模型; 定时假锁检测

**中图分类号:** TN927      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2015)11-2255-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.11.018

## Blind Timing Synchronization Algorithm Based on the PAM Decomposition for M-ary Partial-Response CPM Signals

ZHONG Kai, PENG Hua, GE Lin-dong

(*Institute of Information System Engineering, Information Engineering University of PLA, Zhengzhou, Henan 450002, China*)

**Abstract:** To solve the issues of the poor performance and false lock in the blind timing synchronization for M-ary partial-response continuous phase modulation (CPM) signals, a new PAM-based timing synchronization scheme was developed from the perspective of pulse amplitude modulation (PAM) decomposition. A novel blind timing synchronization algorithm for M-ary partial-response CPM signals was proposed on the basis of the combination of this scheme and timing false lock detection based on Markov chain model. The algorithm reduced the number of matched filters and trellis states by optimizing the PAM pulse. Simultaneously, an auxiliary timing error detector and a false lock detector were used to monitor the appearance of false lock in real time. The analysis and simulation results show that the proposed algorithm provides accurate and rapid synchronization under low SNR and large initial timing error condition.

**Key words:** continuous phase modulation; blind timing synchronization; PAM decomposition; Markov chain model; timing false lock detection

### 1 引言

连续相位调制 (Continuous Phase Modulation, CPM) 是一种具有恒定包络的先进调制技术<sup>[1]</sup>. 作为 CPM 信号家族的重要成员, 高阶部分响应 CPM 具有恒包络、高功率和带宽利用率等一系列优异性能<sup>[2]</sup>. 但是该类 CPM 信号接收中存在低信噪比条件下定时同步困难问题.

文献[3]中提出的一种基于最大似然估计的非数据辅助定时同步算法, 该算法适用于所有类型的 CPM 调

制方案, 并且不存在假锁问题. 文献[4]中提出了一种判决引导同步算法, 该算法通过使用初判值而不是训练序列来估计参数, 能够改善系统的带宽利用率. 文献[5]中在此基础上, 设计了一个定时假锁检测器和一个辅助获取单元来检测并且摆脱假锁状态. 文献[6]利用非线性变换的方法来估计高阶 CPM 信号的定时参数, 但需要使用特殊格式的导频且只针对调制指数为 1/4 的情况. 文献[7]提出了一种数据辅助的定时同步算法, 该算法能较好的适用于高阶 CPM 信号, 但是复杂度较高. 文献

[8]中针对发送数据符号相关的 CPM 信号提出了一种定时同步算法,该算法有效的简化了系统复杂度.

文献[9]中研究了一种使用延时鉴别器的 CPM 信号定时同步算法,该算法具有较好的定时同步跟踪性能,但是复杂度较高.文献[10]提出了一种基于训练序列的定时同步算法,并且给出了最优训练序列的设计方法.文献[11]通过将信号转化到一组正交基上,并使用矢量参数估计方法,得到 CPM 信号定时同步算法的修正克拉美罗界.文献[12]中提出了一种基于一维网格搜索的定时估计算法,该算法通过对数据序列进行近似处理,实现了定时误差、载频和载波相位的有效分离.文献[13]中提出了一种基于最大似然的联合相位和定时同步算法,该算法通过对数据符号相关的 CPM 信号进行处理,将其等价于数据符号独立的传统 CPM 信号,得到的定时估计精度非常接近理论限.

本文研究了基于 PAM 分解<sup>[14,15]</sup>的 CPM 信号盲定时同步技术,针对高阶部分响应 CPM 盲定时同步中存在的参数估计精确较低、复杂度较高以及容易出现假锁等问题,提出了一种适用于高阶部分响应 CPM 信号的盲定时同步算法.

## 2 系统模型

### 2.1 CPM 信号模型

连续相位调制等效复基带信号表达式为:

$$s(t; \alpha) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \exp(j\phi(t)), 0 \leq t \leq NT \quad (1)$$

其中  $E$  为符号能量,  $T$  为符号周期,  $N$  为发送的数据符号长度,  $\phi(t)$  为携带信息的相位, 在第  $n$  个符号间隔内的定义为

$$\phi(t; \alpha) = 2\pi h \sum_{i=-\infty}^n \alpha_i q(t - iT) \quad (2)$$

其中  $q(t)$  为相位脉冲,  $h$  为调制指数, 通常选为有理数  $K/P$ ,  $K, P$  为互素的正整数,  $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^n$  为发送数据符号序列,  $\alpha_i \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$ ,  $M$  为调制阶数, 一般当  $M \geq 4$  时, 称为高阶 CPM 信号.  $q(t) = \int_0^t g(t) dt$ ,  $g(t)$  为频率脉冲, 在  $0 \leq t \leq LT$  内为非零值, 当  $L=1$  时为全响应 CPM,  $L>1$  时为部分响应 CPM.

根据式(2)定义  $\varphi(t) \triangleq 2\pi h \sum_{i=n-L+1}^{n-1} \alpha_i q(t - iT)$  为相

关状态,  $\theta_{n-L} \triangleq \pi h \sum_{i=-\infty}^{n-L} \alpha_i$  为相位状态, 此时得到 CPM 信号在  $t = nT$  时刻的状态可以表示为

$$\sigma(n) = \{\theta_{n-L}, \alpha_{n-L+1}, \dots, \alpha_{n-2}, \alpha_{n-1}\} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{c}_n = \{\alpha_{n-L+1}, \dots, \alpha_{n-2}, \alpha_{n-1}\}$  为相关状态向量.

### 2.2 CPM 信号的 PAM 分解

Laurent<sup>[14]</sup>提出了一种分解方法, 可以将二阶部分响应 CPM 信号分解为  $Q$  个 PAM 脉冲的线性组合.

$$s(t; \alpha) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \sum_{k=0}^{Q-1} \sum_n a_{k,n} c_k(t - iT) \quad (4)$$

其中  $Q = 2^{L-1}$ ,  $c_k(t) = \prod_{i=0}^{L-1} u(t + iT + \beta_{k,i} LT)$ ,  $0 \leq k \leq Q-1$ , 参数  $\beta_{k,0} = 0$ ,  $\beta_{k,i} (1 \leq i \leq L-1)$  由  $k = \sum_{i=1}^{L-1} 2^{i-1} \beta_{k,i}$  得到. 这里函数  $u(t)$  定义为

$$u(t) = \begin{cases} \sin[2\pi h q(t)] / \sin(\pi h), & 0 \leq t \leq LT \\ u(2LT - t), & LT < t \leq 2LT \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (5)$$

式(4)中的伪码元符号  $a_{k,n}$  与发送数据符号  $\alpha_n$  的关系可以表示为

$$a_{k,n} = \exp\left\{j\pi h \left[ \sum_{m=-\infty}^n \alpha_m - \sum_{j=0}^{L-1} \alpha_{n-j} \beta_{k,j} \right]\right\} \quad (6)$$

文献[15]中进一步指出了  $M$  阶 CPM 可以用  $p (p = \log_2 M)$  个二阶 CPM 来表示, 得到

$$s(t; \alpha) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_n b_{k,n} g_k(t - nT) \quad (7)$$

其中  $N = 2^{p(L-1)}(M-1)$ , 伪码元符号  $b_{k,n}$  和 PAM 脉冲  $g_k(t)$  分别为  $a_{k,n}$  和  $c_k(t)$  的函数, 具体的定义参见文献[15], 这里不再赘述. 根据伪码元符号  $b_{k,n}$  的定义,  $b_{k,n}$  可以因式分解为相关状态向量  $\mathbf{c}_n$  和相位状态  $\theta_{n-L}$  的函数, 即

$$b_{k,n} = e^{j\theta_{n-L}} b_k(\mathbf{c}_n) \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)得到

$$s(t; \alpha) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \sum_n e^{j\theta_{n-L}} \sum_{k=0}^{\xi-1} b_k(\mathbf{c}_n) g_k(t - nT) \quad (9)$$

在 PAM 脉冲集合  $\{g_k(t)\}_{k=0}^{\xi-1}$  中, 通过合理的选择  $|\kappa| (|\kappa| \leq \xi)$  个脉冲构成子集合  $\kappa$ , 可以有效的近似原始 CPM 信号, 这里  $\kappa \subseteq \{0, 1, \dots, \xi-1\}$ ,  $\xi$  为 PAM 脉冲的总数. 得到最终的基于 PAM 分解的 CPM 信号表达式为

$$s(t; \alpha) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \sum_n e^{j\theta_{n-L}} \sum_{k \in \kappa} b_k(\mathbf{c}_n) g_k(t - nT) \quad (10)$$

### 2.3 盲定时同步系统模型

基于 PAM 分解的高阶部分响应 CPM 信号盲定时同步系统框图如图 1 所示.

从图 1 中可以看出, 接收端将基带信号经过一个双边带带宽为  $n_s/T$  的低通滤波器, 常数  $n_s$  的选择应该保证滤波器的带宽大于等于信号带宽. 通过对滤波器的输出进行  $N_c$  倍符号速率采样, 得到第  $m$  个采样时刻的时域离散 CPM 信号  $r(m)$ , 然后再将信号  $r(m)$  经过

插值滤波器来同步接收信号. 其输出信号分成两路: 一路送入匹配滤波器组, 得到第  $n$  个符号间隔对应的第  $l$  个区间的输出  $\{x_{k,n,l}\}_{k \in \kappa}$ , 并进行基于 PAM 分解定时误差检测得到误差信号  $e(n-D)$ , 最后送入一阶锁相环, 得到定时误差估计  $\hat{\tau}(n-D)$ ; 另一路送入辅助定时误差检测器, 得到输出  $A_1(l)$  送进假锁检测器, 得到假锁指示  $|S(l)|$  和定时误差修正值  $\hat{\delta}(\bar{A})$ .

定时环路根据假锁指示  $|S(l)|$  来判断是否存在假

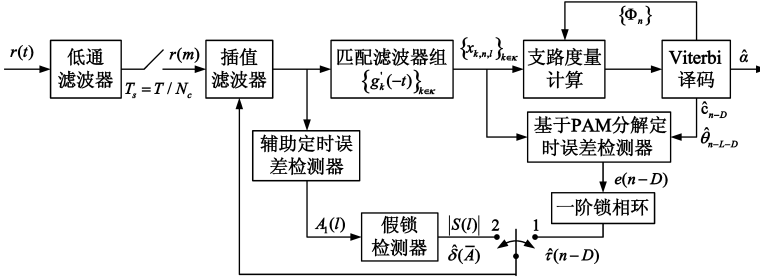


图1 CPM信号盲定时同步系统框图

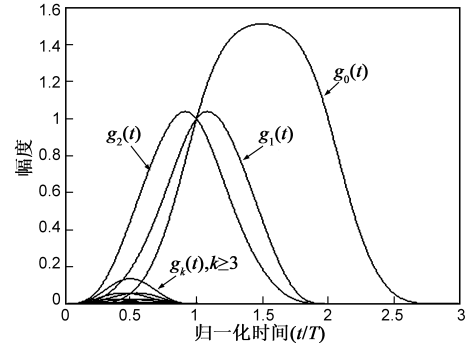


图2 CPM信号原始PAM脉冲波

### 3 基于 PAM 分解的定时误差检测

#### 3.1 定时同步算法

下面使用最大似然准则来推导基于 PAM 分解的定时同步算法. 接收机观察到的信号可以建模成

$$r(t) = s(t - \tau; \alpha) + w(t) \quad (11)$$

其中  $\tau$  表示符号定时误差,  $w(t)$  为复加性高斯白噪声 (AWGN), 其均值为零, 方差为  $\sigma_n^2$ , 单边带功率谱密度为  $N_0$ .

为了估计定时误差  $\tau$ , 先假定  $\alpha$  已知. 根据文献[5] 中定义, 关于定时误差  $\tau$  的对数似然函数可以表示为

$$\Lambda(r | \bar{\tau}) = \text{Re} \left\{ \int_0^{NT} r(t) s^*(t - \bar{\tau}; \alpha) dt \right\} \quad (12)$$

其中  $\bar{\tau}$  表示  $\tau$  的假设值,  $(\cdot)^*$  表示复共轭. 为了使  $\Lambda(r | \bar{\tau})$  取得最大值, 令式(12)关于  $\bar{\tau}$  的偏导数等于零, 得到

$$\text{Re} \left\{ - \int_0^{NT} r(t) \dot{s}^*(t - \bar{\tau}; \alpha) dt \right\} = 0 \quad (13)$$

其中  $\dot{s}(\bar{\tau})$  表示  $s(\bar{\tau})$  关于  $\bar{\tau}$  的导数. 下面推导基于 PAM 分解的定时同步算法.

将式(13)中的积分区间划分成符号长度  $T$  的不重叠分段, 得到

$$\text{Re} \left\{ - \sum_{n=0}^{N-1} \int_{nT}^{(n+1)T} r(t) \dot{s}^*(t - \bar{\tau}; \alpha) dt \right\} = 0 \quad (14)$$

然后将式(11)代入式(14), 并重排各项, 得到

$$\sum_{n=0}^{N-1} \text{Re} \{ \dot{z}_n(\mathbf{c}_n, \theta_{n-L}, \bar{\tau}) \} = 0 \quad (15)$$

其中定时误差检测增量

锁. 如果不存在假锁, 将双选开关保持在端口“1”, 即继续使用基于 PAM 分解定时算法来进行同步; 否则, 将双选开关切换到端口“2”, 即使用定时误差修正值  $\hat{\delta}(\bar{A})$  来使定时环路脱离假锁状态, 并在下一时刻将开关切换回端口“1”.

下文将分别给出基于 PAM 分解定时误差检测、辅助定时误差检测和假锁检测这三个模块的详细处理过程.

$$\dot{z}_n(\mathbf{c}_n, \theta_{n-L}, \bar{\tau}) = \sum_{k \in \kappa} \sum_{l=n-D_k+1}^n b_k^* \dot{x}_{k,n,l}(\bar{\tau})$$

$$= e^{-j\theta_{n-L}} \sum_{k \in \kappa} \sum_{l=n-D_k+1}^n b_k^*(\mathbf{c}_n) \dot{x}_{k,n,l}(\bar{\tau}) \quad (16)$$

这里  $D_k (1 \leq D_k \leq L+1)$  为 PAM 脉冲持续时间,  $\dot{x}_{k,n,l}(\tau)$  为  $x_{k,n,l}(\tau)$  关于  $\tau$  的导数, 其中

$$x_{k,n,l}(\tau) \triangleq \int_{\tau+nT}^{\tau+(n+1)T} r(t) g_k(t - \tau - lT) dt \quad (17)$$

可以通过 Viterbi 译码得到的尝试判决序列  $\hat{a}$  来近似替代发送的数据符号序列, 此时基于 PAM 分解的定时误差信号可以表示为

$$e(n-D) = \text{Re} \{ \dot{z}_{n-D}(\hat{\mathbf{c}}_{n-D}, \hat{\theta}_{n-L-D}, \hat{\tau}(n-D)) \} \quad (18)$$

其中  $\hat{\mathbf{c}}_{n-D}$  和  $\hat{\theta}_{n-L-D}$  由 Viterbi 译码得到的尝试判决序列  $\hat{a}$  求的.

由定时误差检测器的输出  $e(n)$  可以进一步得到定时误差  $\hat{\tau}(n)$ , 这里使用标准的一阶锁相环来实现. 锁相环输出的定时误差通过下式进行更新

$$\hat{\tau}(n) \triangleq \hat{\tau}(n-1) + \gamma e(n) \quad (19)$$

#### 3.2 优化 PAM 脉冲

为了简化算法, 可以通过对 PAM 脉冲进行优化处理来得到基于 PAM 分解的次优化算法.

将具有相同长度的脉冲划分到一个子集合里面

$$\kappa_j \triangleq \{k: D_k = L+1-j\}, 0 \leq j \leq L \quad (20)$$

其中  $\kappa_0$  包含最重要的脉冲, 每个集合中的元素数目为  $|\kappa_j|$ , 从图 2 可以看出  $|\kappa_0| = 1, |\kappa_1| = 2, |\kappa_2| = 9$ , 其中主旁伦特脉冲有  $M-1=3$  个.

下面对 PAM 脉冲进行优化处理,首先保留 3 个主劳伦特脉冲,舍弃能量较小的脉冲,即集合  $\kappa_2$  中的 9 个幅度很小的脉冲.然后对主劳伦特脉冲进行平均近似处理,即分别平均集合  $\kappa_0$  和  $\kappa_1$  内的 PAM 脉冲,得到

$$\bar{g}_{\kappa_j}(t) = \frac{1}{|\kappa_j|} \sum_{k \in \kappa_j} g_k(t) \quad (21)$$

这样就得到了如图 3 中所示的平均 PAM 脉冲波形,来近似表示集合  $\kappa_j$  内的所有脉冲.此时平均脉冲对应的伪符号序列需要进行相应调整,下式给出了使集合中的平均脉冲和原始脉冲均方误差最小的系数表达式

$$d_k = \arg \min_d \int_0^{D_k T} (d \cdot \bar{g}_{\kappa_j}(t) - g_k(t))^2 dt \quad (22)$$

得到修正的伪码元符号  $b_{\kappa_j, n} = \sum_{k \in \kappa_j} d_k b_{k, n}$ . 此时式(18)中的定时误差信号需修正为

$$\begin{aligned} e(n) &= \text{Re}\{z_n(\hat{c}_n, \hat{\theta}_{n-L}, \hat{\tau}(n))\} \\ &= \text{Re}\left\{\sum_{k \in \kappa} \sum_{l=n-D_k+1}^n b_{\kappa_j, l}^* \hat{x}_{k, n, l}(\tau)\right\} \end{aligned} \quad (23)$$

接下来考虑基于伪码元符号的网格状态数,根据 Kaleh 在文献[16]中给出的一个重要结论:伪码元符号  $b_{k, n}$  可以完全由  $(L+2-D_k)$  个元素构成的向量  $\{\theta_n, \alpha_{n-L+D_k-1}, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n\}$  来描述,其中  $\theta_n$  为相位状态,  $L-D_k$  个码元符号构成的向量  $\{\alpha_{n-L+D_k-1}, \dots, \alpha_{n-1}\}$  为相关状态.

结合式(3)和式(20)可以得出,对于给定子集合  $\kappa_j$ ,伪码元所要求的总状态数为

$$N_s = pM^{L-D_k} = pM^{L-(L+1-j)} = pM^{j-1}, \quad 1 \leq j \leq L \quad (24)$$

可以看出脉冲持续时间越长,即  $D_k$  越大,则  $j$  变得越小,描述伪码元符号需要的状态数越少.因此在对 PAM 进行优化处理时,舍弃能量较小脉冲,可以有效的减少 Viterbi 译码器中的网格状态数.

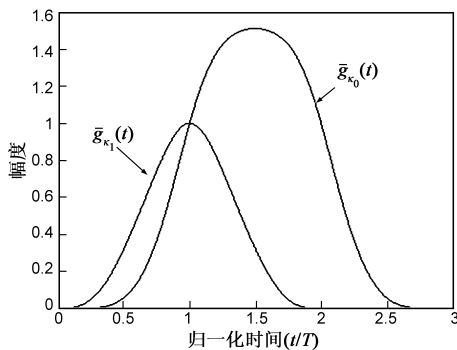


图3 CPM信号平均PAM脉冲波形

### 3.3 复杂度比较

在表 1 中列出了对于两种常用的 CPM 调制方案,本文给出的基于 PAM 分解的定时同步算法与文献[12]

中的定时同步算法复杂度比较.

表 1 算法复杂度比较

CPM 调制方案	算法	匹配滤波器数	网格状态数	支路度量数
$M=4, h=2/5, L=2, RC$	文献[12]算法	32	16	64
	最优 PAM	12	16	64
	次优 PAM	2	5	20
$M=4, h=1/4, L=3, RC$	文献[12]算法	128	64	256
	最优 PAM	48	64	256
	次优 PAM	2	4	16

## 4 定时假锁处理

### 4.1 S 曲线分析假锁

文献[3]中指出,对于高阶部分响应 CPM 信号,当使用判决引导定时同步算法时,容易受到定时假锁的影响.下面利用 S 曲线来分析高阶部分响应 CPM 信号的定时假锁现象.

S 曲线定义为定时误差检测(TED)的输出  $e(n)$  的期望值,即

$$S(\delta) \triangleq \sqrt{2E/T} \cdot E\{e(n)|\delta\} \quad (25)$$

其中定时残差定义为  $\delta \triangleq \tau - \hat{\tau}$ .

由式(25)的定义,联合式(7), (11), (16), (17), (23)可以得到最终的 S 曲线表达式为

$$\begin{aligned} S(\delta) &= -\frac{2E}{T} \sum_{k \in \kappa} \sum_{l=n-D_k+1}^n \int_{nT}^{(n+1)T} \sum_{q=0}^{\xi-1} \sum_{i=N_1}^{N_2} A_{q, k}(l-i) \\ &\quad \cdot g_q(t-\delta-iT) \hat{g}_k(t-lT) dt \end{aligned} \quad (26)$$

其中求和限  $N_1 = \lfloor (t-\delta)/T \rfloor - D_q + 1$ ,  $N_2 = \lfloor (t-\delta)/T \rfloor$ ,  $A_{q, k}(l-i) \triangleq E\{b_{q, i} b_{k, l}^*\}$  为伪码元符号的互相关函数,可由文献[15]得到.

根据式(26),可以得到如图 4 所示的调制参数为  $M=4, h=2/5, 2RC$  的 CPM 信号的 S 曲线.锁定点表现为正斜率曲线的零交叉点,可以看出假锁点在  $\delta \approx \pm 0.32T$  处产生.

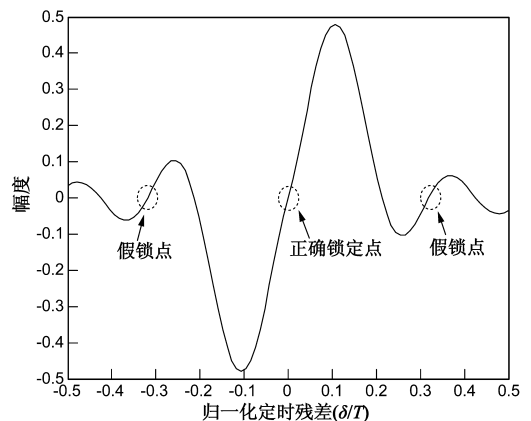


图4 基于PAM分解定时误差检测算法的S曲线

### 4.2 辅助定时误差检测

将数据符号长度为  $N$  的接收信号,划分为连续不交叠的分段  $\{r(m)\}^{(l)} (l=0,1,2,\dots)$ ,每段长度为  $N_c \times L_0$  个符号,其中  $L_0$  为每个分段的符号数, $N_c$  为采样速率,采样周期为  $T_s = T/N_c$ .对每个分段独立处理来得到  $\tau$  的估计  $\hat{\tau}^{(l)}$ .第  $l$  个分段中的样本记为  $r_l = \{r(lN_cL_0), r(lN_cL_0 + 1), \dots, r((l+1)N_cL_0 - 1)\}$ .由式(1),(11)可以得到关于数据符号  $\alpha$  和定时误差  $\tau$  的联合似然函数,这里噪声样本是独立的.

$$\Lambda(r_l | \bar{\alpha}, \bar{\tau}) = \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_n^2} \sum_{m=lN_cL_0}^{(l+1)N_cL_0-1} \left| r(m) - \sqrt{\frac{2E}{T}} e^{j\phi(mT_s - \bar{\tau}; \bar{\alpha})} \right|^2\right\} \quad (27)$$

其中  $\bar{\alpha}$  和  $\bar{\tau}$  分别表示  $\alpha$  和  $\tau$  的假设值.可以通过去掉式(27)中独立于  $\bar{\alpha}$  和  $\bar{\tau}$  的常数项进行化简,得到

$$\Lambda(r_l | \bar{\alpha}, \bar{\tau}) = \exp\left\{\frac{1}{\sigma_n^2} \sqrt{\frac{2E}{T}} \operatorname{Re}\left[\sum_{m=lN_cL_0}^{(l+1)N_cL_0-1} r(m) e^{-j\phi(mT_s - \bar{\tau}; \bar{\alpha})}\right]\right\} \quad (28)$$

对式(28)中的符号序列  $\bar{\alpha}$  求平均,并化简后得到的边缘似然函数  $\Lambda(r_l | \bar{\tau})$

$$\Lambda(r_l | \bar{\tau}) \approx \operatorname{Re}\left[\sum_{v=1}^{\infty} A_v(l) e^{j2\pi v \bar{\tau}/T}\right] \quad (29)$$

其中  $A_v(l) \triangleq \sum_{m=lN_cL_0}^{(l+1)N_cL_0-1} [r(m) e^{-j\pi v m/N_c}] y_v^*(m, l)$ ,  
 $y_v(m, l) \triangleq \sum_{i=lN_cL_0}^{(l+1)N_cL_0-1} [r(i) e^{j\pi v i/N_c}] h_v(m - i)$ .

$h_v(m)$  为连续时间函数  $h_v(t)$  的采样离散形式,这里  $h_v(t)$  为实值函数,定义为

$$h_v(t) \triangleq e^{j\pi v t/T} \frac{1}{T} \int_0^T F(-t, u) e^{j2\pi v u/T} du \quad (30)$$

其中  $F(\Delta t, t) = \prod_{i=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{M} \frac{\sin[2\pi h M p(t - iT, \Delta t)]}{\sin[2\pi h p(t - iT, \Delta t)]}$ ,  $p(t, \Delta t)$  定义为  $p(t, \Delta t) \triangleq q(t) - q(t - \Delta t)$ .

由于  $h_1(t)$  占据主要能量,为了简化算法复杂度,这里  $h_v(t)$  只保留  $v=1$  项,得到边缘似然函数为

$$\Lambda(r_l | \bar{\tau}) \approx \operatorname{Re}[A_1(l) e^{j2\pi \bar{\tau}/T}] \quad (31)$$

可以看出当  $A_1(l)$  幅角等于  $-2\pi \bar{\tau}/T$  时,  $\Lambda(\mathbf{x}_l | \bar{\tau})$  取最大值,因此可以得到定时误差为

$$\hat{\tau}(l) = -\frac{T}{2\pi} \arg\{A_1(l)\} \quad (32)$$

其中  $A_1(l)$  可以通过下面简化处理得到.通常数据符号长度要远远大于  $h_1(t)$  的持续时间,因此可以将  $y(m)$  看成  $r(m) e^{j\pi m/N_c}$ .经过冲激响应为  $h_1(m)$  的滤波器得到的输出,即

$$y_1(m, l) \triangleq [r(m) e^{j\pi m/N_c}] * h_1(m) \quad (33)$$

为了使滤波器具有因果性,对滤波器  $h_1(m)$  右移  $N_c D$ ,得到滤波器的输出为

$$y_1(m - N_c D, l) \triangleq [r(m) e^{j\pi m/N_c}] * h_1(m - N_c D) \quad (34)$$

最终  $A_1(l)$  的简化表达式为

$$A_1(l) \triangleq \sum_{m=lN_cL_0+ND}^{(l+1)N_cL_0+ND-1} a_1(m) = \sum_{m=lN_cL_0+ND}^{(l+1)N_cL_0+ND-1} r(m - N_c D) \cdot e^{-j\pi(m - N_c D)/N_c} y_1^*(m - N_c D, l) \quad (35)$$

此时可以得到辅助定时误差检测器 (Auxiliary Timing Error Detector, ATED) 框图,如图 5 所示

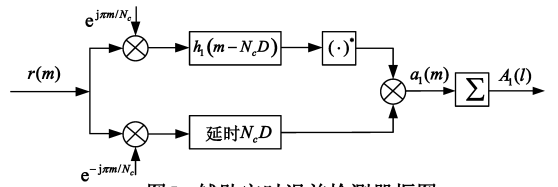


图5 辅助定时误差检测器框图

### 4.3 假锁检测器的设计

#### 4.3.1 简单的假锁检测

接收机首先使用主定时算法(基于 PAM 分解定时算法)对接收信号进行恢复后得到  $r(m)$ ,然后使用辅助定时误差检测来估计  $r(m)$  中的定时误差  $\hat{\tau}(l)$ ,即主定时算法的定时残差  $\delta(l)$ .如果这个定时残差较小,则认为接收机正确锁定,否则认为出现了假锁现象.

根据式(32),可以得到定时残差  $\delta(l) = \hat{\tau}(l) = -\frac{T}{2\pi} \arg\{A_1(l)\}$ .因为  $\arg\{\cdot\}$  函数在硬件实现中并不容易,可以将单位圆划分为正确锁定区和假锁区来简化计算.对于复数  $A$ ,这里提出的假锁检测器验证下面的条件:

$$C(A_1(l)) \triangleq \begin{cases} 1, & (\operatorname{Re}\{A_1(l)\} > 0) \text{ and} \\ & (|\operatorname{Im}\{A_1(l)\}| < \operatorname{Re}\{A_1(l)\}) \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (36)$$

当条件为真,即  $C(A_1(l)) = 1$  时,有  $|\delta(l)| < 0.1T$ ,这时对于定时残差所落在的图 4 中  $S$  曲线区域,主定时算法能够正确执行.相反,当条件为假,即  $C(A_1(l)) = 0$  时,有  $|\delta(l)| > 0.1T$ ,这时对于定时残差所落在的图 4 中  $S$  曲线区域,主定时算法容易出现假锁现象.

根据以上论述,下面给出一个简单的基于  $C(A_1(l))$  的定时残差估计方法:

$$\hat{\delta}(A_1(l)) \triangleq \begin{cases} 0, & C(A_1(l)) = 1 \\ -\operatorname{sgn}(\operatorname{Im}\{A_1(l)\}) \times 0.32T, & C(A_1(l)) = 0 \end{cases} \quad (37)$$

其中  $\text{sgn}(\cdot)$  为符号函数, 值  $\pm 0.32T$  通过图 4 中的  $S$  曲线得到, 即假锁点对应的定时残差, 对于不同的 CPM 方案, 需要调整该值大小.

#### 4.3.2 高效的假锁检测

对于高阶部分响应 CPM 信号以及较短的数据分段长度, 该辅助定时误差检测性能较差, 容易出现误检. 受到文献[17]中马尔科夫链模型思想的启发, 下面对该方法进一步改进, 使得假锁检测更有效. 这里引入了一个计数算法. 第  $l$  个数据分段对应的计数状态标记为  $S(l)$ , 其中  $S(l) \in \{0, \pm 1, \dots, \pm N_s\}$ .

当 ATED 产生一个新的  $A_1(l)$  时, 如果  $C(A_1(l)) = 0$ , 则计数状态向着  $\text{sgn}(\text{Im}\{A_1(l)\})$  方向增加, 从而增强了该方向存在假锁的假设. 如果  $C(A_1(l)) = 1$ , 计数状态向着零方向变化, 从而增强了正确锁定的假设, 此时若计数状态已经为零, 则仍然保持零状态, 即增量  $\text{sgn}(S(l-1)) = 0$ .

当计数状态非零时, 算法将  $A_1(l)$  存储在累加和  $\bar{A}$  中. 如果计数状态归零, 令  $\bar{A} = 0$ . 当计数状态向上或向下溢出时, 即  $|S(l)| > N_s$ , 则认为出现了定时假锁. 此时假锁检测器将定时残差  $\hat{\delta}(\bar{A})$  作为定时修正值插入接收机的主定时恢复系统中, 并且计数状态回到零状态. 上面的处理过程可以归纳为算法 1 所示的定时假锁检测算法.

##### 算法 1 定时假锁检测算法流程

**初始化** 状态  $S(-1) = 0$ , 累加和  $\bar{A} = 0$ ;  
 令  $l_{\max}$  为最大循环迭代次数, 即数据分段的总数, 设置初始迭代  $l = 0$ .  
 算法迭代: 对任意的  $l = 0, 1, 2, \dots$

**步骤 1** 计算辅助定时误差检测器的输出  $A_1(l)$ ;

**步骤 2** 状态更新  
 如果  $C(A_1(l)) = 0$   
 $S(l) = S(l-1) + \text{sgn}(\text{Im}\{A_1(l)\})$ ;  
 $\bar{A} = \bar{A} + A_1(l)$ ;  
 否则  
 $S(l) = S(l-1) - \text{sgn}(S(l-1))$ ;  
 结束

**步骤 3** 重置累加和  
 如果  $S(l) = 0$   
 $\bar{A} = 0$ ;  
 结束

**步骤 4** 状态溢出, 判定出现假锁  
 如果  $|S(l)| > N_s$   
 更新定时误差  $\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon} + \hat{\delta}(\bar{A})$ ;  
 $S(l) = 0$ ;  $\bar{A} = 0$ ;  
 Viterbi 算法路径度量置零;  
 结束

**步骤 5** 令  $l = l + 1$ , 如果  $l < l_{\max}$ , 循环返回到步骤 1

#### 4.4 Markov 链模型分析

将计数算法建模为一个齐次时间马尔科夫

(Markov)链, 对应的状态转移如图 6 所示. 这里使用三个概率来描述状态转移:  $p_p$  表示  $C(A_1(l)) = 0$  时, 计数状态向正方向转移的概率;  $p_n$  表示  $C(A_1(l)) = 0$  时, 计数状态向负方向转移的概率;  $q$  表示  $C(A_1(l)) = 1$  时的状态转移概率, 三者满足  $p_p + p_n + q = 1$ .

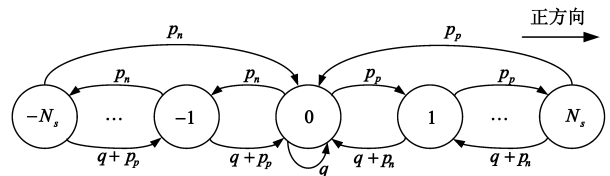


图6 假锁检测算法的Markov链模型

下面应用 Markov 链模型来分析两个相互矛盾的设计指标, 即误检概率  $P_{FD}$  和假锁捕获时间  $t_D$ , 以评估假锁检测器的有效性. 令图 6 中 Markov 链的稳态分布  $\pi$  为长度  $2N_s + 1$  的行向量, 其第  $i$  个元素  $\pi_i = \Pr(S(l) = i)$ , 并令  $P$  为状态转移矩阵, 其第  $(i, j)$  个元素  $p_{i,j} = \Pr(S(l+1) = j | S(l) = i)$ , 则  $\pi$  为特征值方程  $\pi \cdot 1 = \pi P$  的解. 从图 6 可以看出,  $p_{FD}$  为接收机正确锁定而计数状态从  $\pm N_s$  直接向零状态转移的概率. 使用  $L_0$  进行归一化, 得到每个符号的误检概率为

$$P_{FD} = \frac{p_p \cdot \pi_{N_s} + p_n \cdot \pi_{-N_s}}{L_0} \quad (38)$$

$t_D/T$  为接收机存在假锁时, 计数状态从  $\pm N_s$  直接回到零状态所需要的时间步径期望值的  $L_0$  倍. 得到归一化捕获时间, 即假锁捕获所需要的平均符号数为

$$t_D/T = \frac{L_0}{p_p \cdot \pi_{N_s} + p_n \cdot \pi_{-N_s}} \quad (39)$$

这里注意式(38)中的  $p_p$  和  $p_n$  由接收机处在正确锁定状态进行的仿真得到, 而式(39)中的  $p_p$  和  $p_n$  由接收机处在假锁状态进行的仿真得到.

#### 5 仿真实验

为了验证本文提出的基于 PAM 分解的高阶部分响应 CPM 信号盲定时同步算法的性能, 本节对关联长度为  $L = 2$ , 调制指数为  $h = 2/5$ , 成型脉冲为升余弦, 调制阶数为  $M = 4$  的 CPM 信号根据图 1 中搭建的系统模型进行仿真实验, 信道条件为加性高斯白噪声 (AWGN), 这里使用 200 次 Monte-Carlo 仿真实验的平均值来进行性能比较.

首先分析算法的误检概率以及假锁捕获时间, 下面分成两种设计方案进行讨论:

**方案 1** 如图 7 所示, 选择合适的设计参数使得在  $E_s/N_0 = 2\text{dB}$  时, 产生相近的  $p_{FD}$ . 这些设计参数 ( $L_0, N_s$ ) 分别为 (8, 13), (16, 11), (32, 9), (64, 7) 和 (2000, 0). 从图 8 可以看出, 虽然在  $E_s/N_0 = 2\text{dB}$  时, 对于这些设计参

数产生的  $p_{FD}$  是相近的,但是  $t_D/T$  差别非常明显.

**方案 2** 如图 10 所示,选择合适的设计参数使得在  $E_s/N_0 = 2\text{dB}$  时,产生相近的  $t_D/T$ . 这些设计参数  $(L_0, N_s)$  分别为  $(8, 9), (16, 9), (32, 8), (64, 7)$  和  $(1500, 0)$ . 从图 9 可以看出,虽然在  $E_s/N_0 = 2\text{dB}$  时,对于这些设计参数产生的  $t_D/T$  是相近的,但是  $p_{FD}$  差别非常明显.

方案 1 和方案 2 中分别包含了极端参数设计  $(2000, 0)$  和  $(1500, 0)$ , 即  $N_s = 0$ . 这相当于已经废除了计数算法,退化为文献[5]中提出的假锁检测方案. 此时算法通过简单的增大  $L_0$ , 来达到降低误检概率  $p_{FD} = (p_p + p_n)/L_0$  的目的. 通过图 7 和图 9 的对比,可以看出该方法能够实现误检概率  $p_{FD}$  的降低,但是通过图 8 和图 10 对比显示,  $L_0$  值的增大会导致获取时间  $t_D/T$  也随之变大,并且随着信噪比的提高其性能不会得到改善. 这说明本文提出的算法比起传统的假锁检测算法,在达到相同误检概率的条件下,具有更短的假锁捕获时间.

下面比较定时估计的归一化均方误差(MSE)以及系统的误比特率性能,仿真中使用的数据帧长度  $N = 2048$ , 帧数为 1000, 设计参数  $(L_0, N_s)$  为  $(64, 7)$ , 初始定时误差  $\tau = 0.4T$ .

图 11 中给出了定时参数估计的归一化均方误差曲线. 从图中可以看出,本文提出的基于 PAM 分解的最优

算法和基于 PAM 分解次优算法性能非常接近,两种算法都随着信噪比的增加逼近修正克拉美罗界(MCRB). 而文献[12]中提出的基于一维网格搜索算法在低信噪比条件下,由于假锁的影响,估计性能很差. 在高信噪比条件下,本文算法仍优于文献[12]中的算法,并且大约有 2dB 的性能增益.

图 12 中给出了分别使用本文算法和文献[12]中提出的定时同步算法得到的系统误比特率性能曲线. 从图中可以看出,在低信噪比条件下,由于假锁问题比较严重,本文算法远远好于文献[12]中提出的基于一维网格搜索算法,并且具有大约 3dB 的性能增益. 进一步可以看出,即使在高信噪比条件下,本文算法与文献[12]中的算法相比仍有大约 1dB 的性能增益.

### 6 结论

本文从 PAM 分解的角度出发,提出了一种适用于高阶部分响应 CPM 信号的盲定时同步算法. 通过 Markov 链模型进行分析,验证了该算法具有较低的误检概率以及快速的假锁捕获能力,同时仿真结果表明该算法在低信噪比以及存在较大初始定时误差时,仍具有良好的定时参数估计性能.

### 参考文献

[1] Hassan E S, Zhu X, Khamy S E. Chaotic interleaving scheme

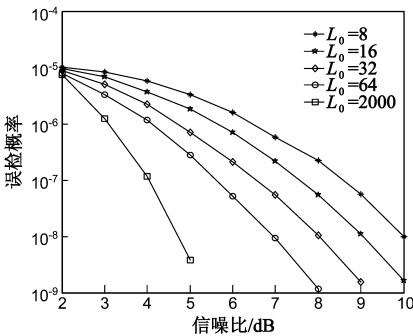


图7 方案1中参数设置对应的误检概率

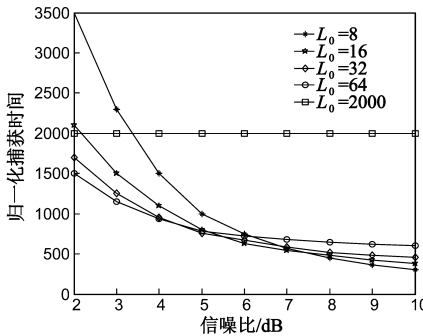


图8 方案1中参数设置对应的捕获时间

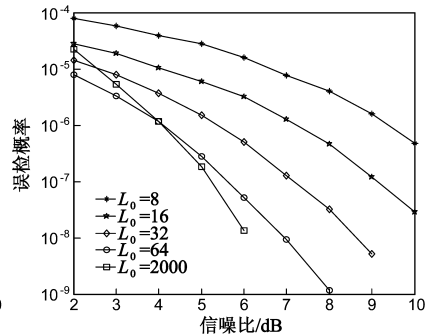


图9 方案2中参数设置对应的误检概率

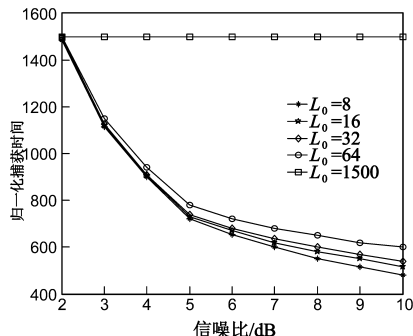


图10 方案2中参数设置对应的捕获时间

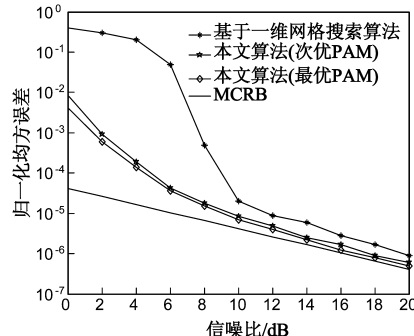


图11 定时估计的归一化均方误差曲线

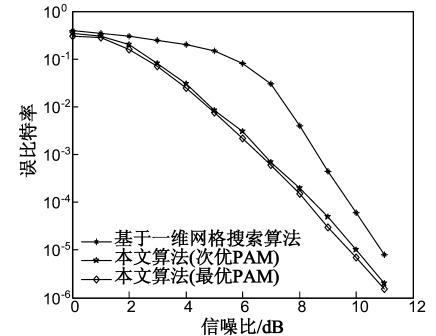


图12 系统误比特率性能曲线

- for single-and multi-carrier modulation techniques implementing continuous phase modulation[J]. Journal of the Franklin Institute, 2013, 28(7): 770 – 789.
- [2] 黎 ■, 魏帆, 白宝明, 马啸. CPM 编码调制系统的基本性能限[J]. 通信学报, 2014, 35(3): 183 – 192.
- LI B, WEI F, BAI B M, MA X. Fundamental performance limits of CPM coded modulation system[J]. Journal on Communications, 2014, 35(3): 183 – 192. (in Chinese)
- [3] D Andrea A N, Mengali U. Symbol timing estimation with CPM modulation[J]. IEEE Transactions on Communications, 1996, 44(10): 1362 – 1372.
- [4] Huber J, Liu W. Data-aided synchronization of coherent CPM-receivers[J]. IEEE Transactions on Communications, 1992, 40(1): 178 – 188.
- [5] Morelli M, Mengali U, Vitetta G M. Joint phase and timing recovery with CPM signals[J]. IEEE Transactions on Communications, 1997, 45(7): 867 – 876.
- [6] Yu Z J, Zhao M J, Liu L F. Joint frequency and timing recovery for pulse shaped 4-CPFSK with  $h = 0.25$ [J]. IEEE Transaction on Communications, 2004, 38(2): 1762 – 1765.
- [7] Zhao Q, Stuber G L. Robust time and phase synchronization for continuous phase modulation[J]. IEEE Transactions on Communications, 2006, 54(10): 1857 – 1869.
- [8] Chandran P, Perrins E. Symbol timing recovery for CPM with correlated data symbols[J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(5): 1265 – 1270.
- [9] Kulikov G V, Unger A Y, Sukhanov P G. Phase and Clock Synchronization of the Viterbi Demodulator of Continuous Phase Modulation Signals [J]. Journal of Communications Technology and Electronics, 2011, 56(6): 656 – 662.
- [10] Hosseini E, Perrins E. The Cramer-Rao bound for training sequence design for burst-mode CPM[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(6): 2396 – 2407.
- [11] Pollok A, McKilliam R. Modified cramer-rao bounds for continuous-phase modulated signals [J]. IEEE Transactions on Communications, 2014, 23(4): 1041 – 1050.
- [12] Hosseini E, Perrins E. Timing, carrier, and frame synchronization of burst-mode CPM[J]. IEEE Transactions on Communications, 2014, 24(3): 2701 – 2714.
- [13] D'Amico A A. Feedforward joint clock and phase estimation schemes for SOQPSK-type signals[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2014, 26(5): 137 – 140.
- [14] Laurent P A. Exact and approximate construction of digital phase modulations by superposition of amplitude modulated pulses (AMP) [J]. IEEE Transactions on Communications, 1986, 34(2): 150 – 160.
- [15] Mengali U, Morelli M. Decomposition of M-ary CPM signals into PAM waveforms[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(5): 1265 – 1275.
- [16] Kaleb G K. Simple coherent receivers for partial response continuous phase modulation[J]. IEEE Journal Selected Areas in Communications, 1989, 7(3): 1427 – 1436.
- [17] Candy J V. Bayesian Signal Processing: Classical, Modern, and Particle Filtering Methods [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. 64 – 80.

#### 作者简介



钟 凯 男, 1987 年 3 月出生, 江苏宿迁人. 2008 年和 2011 年在解放军信息工程大学分别获工学学士、工学硕士学位. 现为解放军信息工程大学博士研究生, 从事通信信号处理、信道编码、编码调制等方面的研究.  
E-mail: zhongkai8686@163.com

彭 华 男, 1973 年出生, 江西萍乡人. 教授、博士生导师. 1995 年, 1998 年和 2002 年在解放军信息工程大学分别获得工学学士, 工学硕士和工学博士学位. 现为解放军信息工程大学教授, 主要从事通信信号处理、软件无线电、盲信号处理等方面的研究工作.